

CHƯƠNG I. MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

BÀI 1. MỆNH ĐỀ

Mệnh đề phủ định của P là mệnh đề "**Không phải P** ", kí hiệu là $\bar{P}$. Nếu P đúng thì $\bar{P}$ sai, nếu P sai thì $\bar{P}$ đúng.

- Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " là " $\exists x \in X, \bar{P}(x)$ ".
- Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\exists x \in X, P(x)$ " là " $\forall x \in X, \bar{P}(x)$ ".

Chú ý: Các định lí toán học thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó:

- P là giả thiết, Q là kết luận;
- P là **điều kiện đủ** để có Q ;
- Q là **điều kiện cần** để có P .

Nếu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là định lí thì ta nói P là **điều kiện cần và đủ** để có Q .

Bài 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là một mệnh đề, phát biểu nào là một mệnh đề chứa biến?

- Mùa thu Hà Nội đẹp quá!
- Bạn có đi học không?
- Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.
- Đề thi môn Toán khó quá!
- $x + 2 = 11$.
- Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.
- 17 là số nguyên tố.
- $1 - 2x = 0$.
- Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền.
- Các em C14 hãy cố gắng học tập thật tốt nhé!
- Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn.
- $\pi^2 < 9,86$
- π có phải là một số vô tỷ không?
- $2 + 2 = 5$
- Băng Cốc là thủ đô của Mianma.
- x là số nguyên dương.

Bài 2. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau và phát biểu mệnh đề phủ định của chúng.

- $6\sqrt{2}$ là số hữu tỷ.
- Phương trình $x^2 + 7x - 2 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu.
- 17 là số chẵn.
- Phương trình $x^2 + x + 7 = 0$ có nghiệm.
- Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau.
- 6 là số nguyên tố.

g) Tổng hai cạnh của một tam giác lớn hơn cạnh còn lại.

h) $5 > -3$

Bài 3. Hãy viết mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

a) $\forall x \in \mathbb{R} : x+1 > x$

b) $\forall x \in \mathbb{R} : |x| = x$

c) $\exists x \in \mathbb{R} : x-3 = x^2$

d) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$

e) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$

f) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$

g) $\exists r \in \mathbb{Q}, r^2 = 7$

h) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$

i) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$

j) $\forall x$ chẵn, $x^2 + x$ là số chẵn

k) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 13 = 0$

l) $\forall n \in \mathbb{N}, ((2n+1)^2 - 1) : 4$

Bài 4: Dùng các kí hiệu toán học để viết các câu sau và viết mệnh đề phủ định của nó.

a) Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho sáu

b) Với mọi số thực bình phương của nó là một số không âm.

c) Có một số nguyên mà bình phương của nó bằng chính nó.

d) Có một số hữu tỉ mà nghịch đảo của nó lớn hơn chính nó.

BÀI 2. TẬP HỢP

1. Tập hợp

• **Tập hợp** là một khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa.

• **Cách xác định tập hợp:**

+ Liệt kê các phần tử: viết các phần tử của tập hợp trong hai dấu móc $\{ \dots \}$.

+ Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

• **Tập rỗng:** là tập hợp không chứa phần tử nào, kí hiệu $\emptyset$.

2. Tập hợp con – Tập hợp bằng nhau

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$$

$$+ A \subset A, \forall A \quad + \emptyset \subset A, \forall A \quad + A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$$

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ và } B \subset A$$

3. Một số tập con của tập hợp số thực

$$\bullet \mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

$$\bullet \text{Khoảng: } (a; b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}; (a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | a < x\}; (-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} | x < b\}$$

$$\bullet \text{Đoạn: } [a; b] = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$$

$$\bullet \text{Nửa khoảng: } [a; b) = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}; (a; b] = \{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\};$$

$$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x\}; (-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} | x \leq b\}$$

Bài 1. Viết các tập hợp sau đây dưới dạng liệt kê các phần tử:

$$A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} | (x^2 - 4)(x - 1) = 0\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} | (2x^2 - x)(x^2 - 3x - 4) = 0\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} | 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} / |x| < 1\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Q} / x^2 - 4x + 2 = 0\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} / 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

$$I = \{x \in \mathbb{Z} \mid (2x^2 - x - 3)(x^2 - 4) = 0\}$$

$$J = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$$

$$K = \{x \in \mathbb{R} \mid (x-1)(x+2)(x^3 - 4x) = 0\}$$

$$L = \{x \in \mathbb{Z} \mid (2x^2 + 5x + 2)(x^2 - 16) = 0\}$$

$$M = \{x \in \mathbb{N}^*, x < 10, x:3\}$$

Bài 2. Viết các tập hợp sau đây dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử:

a) Tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

b) Tập hợp $B = \{0; 4; 8; 12; 16\}$

c) Tập hợp $C = \{1; 2; 4; 8; 16\}$

Bài 3. Hãy viết tất cả các tập con của tập hợp $B = \{a; b; c; d\}$.

Bài 4. Có tất cả bao nhiêu tập X thỏa mãn $\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Bài 5. Dùng các kí hiệu đoạn, khoảng, nửa khoảng để viết các tập hợp sau đây:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 10\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 5 \leq x < 10\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -10\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 20\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 2\}$$

BÀI 3. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

Các phép toán tập hợp

- Giao của hai tập hợp: $A \cap B \Leftrightarrow \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$
- Hợp của hai tập hợp: $A \cup B \Leftrightarrow \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$
- Hiệu của hai tập hợp: $A \setminus B \Leftrightarrow \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$
- Phần bù: Cho $B \subset A$ thì $C_A B = A \setminus B$

$$|x| = a (a \geq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}$$

Chú ý: $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ ($|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$)

$$|x| > a \Leftrightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases} \quad \left(|x| \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases} \right)$$

Bài 1. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ với:

a) $A = \{2; 4; 7; 8; 9; 12\}$, $B = \{2; 8; 9; 12\}$

b) $A = \{2; 4; 6; 9\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$

c) $A = \{0; 2; 3; 5\}$, $B = \{2; 7\}$

d) $A = \{a; b; c\}$, $B = \{a; c; d; e\}$

e) $A = \{1; 2; 4; 7; 9\}$, $B = \{-1; 0; 7; 10\}$

f) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3\}$, $B = \{0; 1; 2; 3\}$

g) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < n^2 < 30\}$

h) $A = \{1; 2; a; b\}$, $B = \{1; x; y\}$

Bài 2. Cho $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$. Tính phép toán $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

Bài 3. Cho $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 \leq x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 5\}$

C là tập hợp các số nguyên tố không lớn hơn 11.

D là tập hợp các số tự nhiên lẻ không lớn hơn 9.

E là tập hợp các số tự nhiên chẵn nhỏ hơn 8.

Xác định: $A \cap B$; $A \cup C$; $B \setminus E$; $D \cup (A \setminus B)$; $(E \cup D) \cap (A \cup B)$; $(E \setminus A) \setminus (C \cup D)$

Bài 4. Cho các tập hợp $E = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 7\}$

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x^2 - 9)(x^2 - 5x - 6) = 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là số nguyên tố nhỏ hơn } 6\}$

a) Viết tập A, B, E dưới dạng liệt kê các phần tử.

b) Tìm $A \cap B, B \cup E, E \setminus A$; $C_E(A \cup B)$

c) Chứng minh rằng: $E \setminus (A \cap B) = (E \setminus A) \cup (E \setminus B)$

Bài 5. Tìm $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$ với:

a) $A = (-7; 3)$, $B = (-4; 5)$

b) $A = (-\infty; -3)$, $B = [-5; 2)$

c) $A = [-2; 3]$, $B = (1; +\infty)$

d) $A = [-3; 6]$, $B = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

e) $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$

f) $A = (-\infty; 5]$, $B = (0; +\infty)$

g) $A = (1; 9)$, $B = [3; +\infty)$

h) $A = (-3; 3)$, $B = (0; +\infty)$

i) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 2\}$

Bài 6. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 5\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$

a) Hãy viết lại các tập hợp A, B, C dưới kí hiệu khoảng, nửa khoảng, đoạn.

b) Tìm $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$

c) Tìm $(B \cup C) \setminus (A \cap C)$

Bài 7. Cho $A = (2; +\infty)$, $B = (m; +\infty)$. Tìm điều kiện cần và đủ của m sao cho B là tập con của A .

Bài 8. Cho $A = (-\infty; m+1]$; $B = (-1; +\infty)$. Tìm điều kiện của m để $(A \cup B) = \mathbb{R}$.

Bài 9. Cho các tập hợp khác rỗng $\left[m-1; \frac{m+3}{2}\right]$ và $B = (-\infty; -3) \cup [3; +\infty)$. Tìm tập hợp các giá trị thực của m để $A \cap B \neq \emptyset$

Bài 10. Cho hai tập hợp $A = [1; 3]$ và $B = [m; m+1]$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để $B \subset A$.

Bài 11. Cho hai tập $A = [0; 5]$; $B = (2a; 3a + 1]$, với $a > -1$. Tìm tất cả các giá trị của a để $A \cap B \neq \emptyset$.

Bài 12. Mỗi học sinh của lớp 10A₁ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp 10A₁ có bao nhiêu em chỉ biết đá cầu? Bao nhiêu em chỉ biết đánh cầu lông? Sĩ số lớp là bao nhiêu?

Bài 13. Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Bài 14. Lớp 10A có 45 học sinh, trong đó có 15 học sinh được xếp loại học lực giỏi, 20 học sinh được xếp loại hạnh kiểm tốt, 10 em vừa được xếp loại học lực giỏi, vừa có hạnh kiểm tốt. Hỏi có bao nhiêu học sinh xếp loại học lực giỏi hoặc xếp loại hạnh kiểm tốt?

Bài 15. Trong số 50 học sinh của lớp 10A có 15 bạn được xếp loại học lực giỏi, 25 bạn được xếp loại hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa được học sinh giỏi vừa được hạnh kiểm tốt. Khi đó, lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn đó phải có học lực giỏi hay hạnh kiểm tốt.